

DM 5
FONCTIONS USUELLES

À rendre mercredi 12 novembre

Soignez la présentation et justifiez soigneusement toutes vos réponses.

Exercice 1

Soit

$$f :]0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \\ t \mapsto t \ln(t) + \frac{\ln(2)}{2}$$

1. (a) Montrer que f s'annule exactement deux fois.
(b) En déduire $\widehat{f}^{-1}(\{0\})$.
2. Résoudre l'équation d'inconnue x réelle :

$$x^{(x^{1/2})} = \frac{1}{2}$$

Exercice 2

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $x \in \mathbb{R}$. On définit

$$S_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{\operatorname{ch}(kx) \operatorname{ch}((k+1)x)}$$

1. Pour $k \in \{0, 1, \dots, n\}$, transformer l'expression $\operatorname{th}((k+1)x) - \operatorname{th}(kx)$.
2. En déduire $S_n(x)$ suivant que $x = 0$ ou $x \neq 0$.

Exercice 3

Résoudre le système d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ suivant :

$$\begin{cases} 7(\log_y(x) + \log_x(y)) = 50 \\ xy = 256 \end{cases}$$